

Happy numbers

Dato un intero positivo di partenza, si costruisca la sequenza in cui il successivo è uguale alla somma dei quadrati delle cifre del numero precedente. Si trova che la sequenza termina con 1 (e allora il numero di partenza viene detto **numero felice**), oppure termina nella sequenza ripetitiva: 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, ...

Verifichiamo se effettivamente 4 finisce in una sequenza ripetitiva.

```
In [32]: n0 = 4
n = n0
jmp = 1
sep = ' -> '
while n != 4 or jmp == 1:
    if jmp == 1:
        jmp = 0
        print (n, end = sep)
        sn = list(str(n))
        n = 0
        for c in sn:
            n += int(c)*int(c)
        if n == 4:
            sep = ': '
        print (n, end = sep)
print (n0, "finisce nel loop")
```

4 -> 16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 4 finisce nel loop

Complichiamo un po' il codice, per ricavare il destino dei primi 100 numeri interi.

```
In [35]: nfelici, nloop = 0, 0
maxn = 100
for n0 in range(1,maxn + 1):
    n = n0
    jmp = 1
    sep = ' -> '
    while (n != 1 and n != 4) or jmp == 1:
        if jmp == 1:
            jmp = 0
            print (n, end = sep)
            sn = list(str(n))
            n = 0
            for c in sn:
                n += int(c)*int(c)
            if n == 1 or n == 4:
                sep = ': '
            print (n, end = sep)
        if n == 1:
            print (n0, "è un numero felice")
            nfelici += 1
        elif n == 4:
            print (n0, "finisce nel loop")
            nloop += 1
print ("Tra i primi",maxn,"interi, trovati",nfelici,"numeri felici e",nloop,"numeri che terminano nel loop")
```

```
1 -> 1: 1 è un numero felice
2 -> 4: 2 finisce nel loop
3 -> 9 -> 81 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 3 finisce nel loop
4 -> 16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 4 finisce nel loop
5 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 5 finisce nel loop
6 -> 36 -> 45 -> 41 -> 17 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 6 finisce nel loop
7 -> 49 -> 97 -> 130 -> 10 -> 1: 7 è un numero felice
8 -> 64 -> 52 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 8 finisce nel loop
9 -> 81 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 9 finisce nel loop
10 -> 1: 10 è un numero felice
11 -> 2 -> 4: 11 finisce nel loop
12 -> 5 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 12 finisce nel loop
13 -> 10 -> 1: 13 è un numero felice
14 -> 17 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 14 finisce nel loop
15 -> 26 -> 40 -> 16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 15 finisce nel loop
16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 16 finisce nel loop
17 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 17 finisce nel loop
18 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 18 finisce nel loop
19 -> 82 -> 68 -> 100 -> 1: 19 è un numero felice
20 -> 4: 20 finisce nel loop
21 -> 5 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 21 finisce nel loop
22 -> 8 -> 64 -> 52 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 22 finisce nel loop
23 -> 13 -> 10 -> 1: 23 è un numero felice
24 -> 20 -> 4: 24 finisce nel loop
25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 25 finisce nel loop
26 -> 40 -> 16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 26 finisce nel loop
27 -> 53 -> 34 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 27 finisce nel loop
28 -> 68 -> 100 -> 1: 28 è un numero felice
29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 29 finisce nel loop
30 -> 9 -> 81 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 30 finisce nel loop
31 -> 10 -> 1: 31 è un numero felice
32 -> 13 -> 10 -> 1: 32 è un numero felice
33 -> 18 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 33 finisce nel loop
34 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 34 finisce nel loop
35 -> 34 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 35 finisce nel loop
36 -> 45 -> 41 -> 17 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 36 finisce nel loop
37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 37 finisce nel loop
38 -> 73 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 38 finisce nel loop
39 -> 90 -> 81 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 39 finisce nel loop
40 -> 16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 40 finisce nel loop
41 -> 17 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 41 finisce nel loop
42 -> 20 -> 4: 42 finisce nel loop
43 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 43 finisce nel loop
44 -> 32 -> 13 -> 10 -> 1: 44 è un numero felice
45 -> 41 -> 17 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 45 finisce nel loop
46 -> 52 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 46 finisce nel loop
47 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 47 finisce nel loop
48 -> 80 -> 64 -> 52 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 48 finisce nel loop
49 -> 97 -> 130 -> 10 -> 1: 49 è un numero felice
50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 50 finisce nel loop
51 -> 26 -> 40 -> 16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 51 finisce nel loop
52 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 52 finisce nel loop
53 -> 34 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 53 finisce nel loop
54 -> 41 -> 17 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 54 finisce nel loop
55 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 55 finisce nel loop
56 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 56 finisce nel loop
57 -> 74 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 57 finisce nel loop
58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 58 finisce nel loop
59 -> 106 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 59 finisce nel loop
60 -> 36 -> 45 -> 41 -> 17 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 60 finisce nel loop
61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 61 finisce nel loop
62 -> 40 -> 16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 62 finisce nel loop
63 -> 45 -> 41 -> 17 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 63 finisce nel loop
64 -> 52 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 64 finisce nel loop
65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 65 finisce nel loop
66 -> 72 -> 53 -> 34 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 66 finisce nel loop
67 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 67 finisce nel loop
68 -> 100 -> 1: 68 è un numero felice
69 -> 117 -> 51 -> 26 -> 40 -> 16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 69 finisce nel loop
70 -> 49 -> 97 -> 130 -> 10 -> 1: 70 è un numero felice
71 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 71 finisce nel loop
72 -> 53 -> 34 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 72 finisce nel loop
73 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 73 finisce nel loop
74 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 74 finisce nel loop
75 -> 74 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 75 finisce nel loop
76 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 76 finisce nel loop
77 -> 98 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 77 finisce nel loop
78 -> 113 -> 11 -> 2 -> 4: 78 finisce nel loop
79 -> 130 -> 10 -> 1: 79 è un numero felice
80 -> 64 -> 52 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 80 finisce nel loop
81 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 81 finisce nel loop
82 -> 68 -> 100 -> 1: 82 è un numero felice
83 -> 73 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 83 finisce nel loop
84 -> 80 -> 64 -> 52 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 84 finisce nel loop
85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 85 finisce nel loop
86 -> 100 -> 1: 86 è un numero felice
87 -> 113 -> 11 -> 2 -> 4: 87 finisce nel loop
88 -> 128 -> 69 -> 117 -> 51 -> 26 -> 40 -> 16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 88 finisce nel loop
89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 89 finisce nel loop
90 -> 81 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 90 finisce nel loop
91 -> 82 -> 68 -> 100 -> 1: 91 è un numero felice
92 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 92 finisce nel loop
93 -> 90 -> 81 -> 65 -> 61 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 93 finisce nel loop
94 -> 97 -> 130 -> 10 -> 1: 94 è un numero felice
95 -> 106 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 95 finisce nel loop
96 -> 117 -> 51 -> 26 -> 40 -> 16 -> 37 -> 58 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 96 finisce nel loop
97 -> 130 -> 10 -> 1: 97 è un numero felice
98 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 98 finisce nel loop
99 -> 162 -> 41 -> 17 -> 50 -> 25 -> 29 -> 85 -> 89 -> 145 -> 42 -> 20 -> 4: 99 finisce nel loop
100 -> 1: 100 è un numero felice
Tra i primi 100 interi, trovati 20 numeri felici e 80 numeri che terminano nel loop
```

Non c'entra nulla, ma ecco una bella frazione scritta utilizzando LaTeX: $\frac{n}{d}$